

Matematica finanziaria in pillole

2^ Parte: VALORI PERIODICI (rendite frazionate, annualità, periodicità)

Glossario:

Valori periodici: sono somme che si ripetono ad intervalli regolari.

Rendite frazionate: valori che si ripetono ad intervalli pari a frazioni di anno (mensilità, bimestralità, semestralità, ecc.).

Annualità: valori che si ripetono ad intervalli pari a un anno.

Periodicità: valori che si ripetono ad intervalli pari a multipli di anno (ogni due anni, ogni tre anni, ecc.; il periodo è detto turno = t).

Anticipati o posticipati: i valori periodici sono anticipati o posticipati a seconda se cadono all'inizio o alla fine del periodo (es. per le mensilità - rendite frazionate - all'inizio o alla fine del mese, per le annualità all'inizio o alla fine dell'anno, per le periodicità all'inizio o alla fine del turno).

Costanti o variabili: i valori periodici sono costanti se hanno lo stesso importo.

Limitati o illimitati: se sono un certo numero di valori si dicono limitati, se se ripetono all'infinito sono illimitati.

Valori periodici:

a) Rendite frazionate (R)

b) Annualità (a)

c) Periodicità o poliannualità (P)

a) Rendite frazionate (R)

Rendite frazionate: valori che si ripetono ad intervalli pari a frazioni di anno.

Sommatoria a fine anno (S_1) delle rendite frazionate

$$S_1 = R \times \left(N + r \times \frac{N \pm 1}{2} \right)$$

dove:

R = importo rendita frazionata

N = numero di rendite all'anno

r = saggio di interesse

$\pm 1 = +1$ se sono rendite anticipate, -1 se posticipate

Esercizio 1.

Un immobile è affittato a un canone annuo di 8.400 € pagabile con rate mensili anticipate. Calcolare l'ammontare del canone annuo posticipato (Cap). Saggio di interesse = 0,04

$$\text{Cap} = 700 \times (12 + 0,04 \times (12+1)/2) = 8.582 \text{ €}$$

b) Annualità (a)

Annualità: valori che si ripetono ad intervalli pari a un anno.

I libri di testo riportano molte formule relative alle annualità limitate (finale, iniziale - o addirittura intermedia - di annualità posticipate e anticipate); noi preferiamo utilizzarne una soltanto, quella di

accumulazione finale di annualità costanti posticipate limitate. Con questa è possibile accumulare un certo numero di annualità dove cade l'ultima e da lì, con il montante (q^n) o la formula inversa ($1/q^n$) è possibile riportare la somma all'istante desiderato.

Formula di accumulazione finale di annualità costanti posticipate limitate

$$A_n = a \times \frac{q^n - 1}{r}$$

dove:

n = numero di annualità

Esercizio 2.

Tizio deposita per 5 anni, alla fine di ogni anno, 2.000 €. Calcolare a quanto ammonta il deposito complessivo due anni dopo l'ultimo deposito ($r = 4\%$).

$$A_7 = 2.000 \times (q^5 - 1)/0,04 \times q^2 = 2.000 \times 5,41632256 \times 1,0816 = 11716,59 \text{ €}$$

c) Periodicità o poliannualità (P)

Periodicità: valori che si ripetono ad intervalli pari a multipli di anno (ogni due anni, ogni tre anni, ecc.); il periodo è detto **turno** = t).

E' possibile ricavare le formule relative alle periodicità partendo da quelle delle annualità. Basta sostituire r con $q^t - 1$, e qn con $q^{m \times t}$, dove m indica il **numero di periodicità**; pertanto:

Formula di accumulazione finale di periodicità costanti limitate

$$A_n = P \frac{q^{m \times t} - 1}{q^t - 1}$$

dove:

A_n = accumulazione di periodicità dove cade l'ultima

m = numero di periodicità

t = turno o periodo (n di anni tra una periodicità e l'altra)

Esercizio 3.

Calcolare l'accumulazione finale di una periodicità posticipata di 4.000 € che si ripete ogni 4 anni per 5 volte ($r = 5\%$).

$$A_{20} = 4.000 \times (q^{20} - 1)/(q^4 - 1) = 30.686,77 \text{ €}$$

Valori periodici illimitati

Essendo valori (annualità o periodicità) che si ripetono all'infinito, sarà possibile calcolare soltanto l'accumulazione iniziale (queste formule sono dette anche di capitalizzazione).

Accumulazione iniziale di annualità costanti posticipate illimitate

$$A_0 = a/r$$

Il caso di applicazione pratica più frequente è nella stima analitica del V_0 ($V_0 = B_f/r_c$), dove B_f è il Beneficio fondiario e r_c il saggio di capitalizzazione.

Come detto sopra, sostituendo r con $q^t - 1$, si ottiene la formula relativa alle periodicità:

Accumulazione iniziale di periodicità costanti posticipate illimitate

$$A_0 = \frac{P}{q^t - 1}$$

Esercizio 4.

Calcolare l'accumulazione iniziale di una serie illimitata di annualità posticipate di € 2.000, dato un saggio di interesse del 4%.

$$A_0 = 2.000/0,04 = 50.000 \text{ €}$$

Esercizio 5.

Un bosco ceduo che si riproduce naturalmente, fornisce un reddito netto ogni 15 anni di 8.000 €. Calcolare il valore del bosco all'inizio del ciclo (cioè appena effettuato il taglio). (saggio di interesse 3%)

$$V_0 = 8.000/(1,03^{15} - 1) = 14.337,77 \text{ €}$$

- [Matematica finanziaria in pillole \(1^ Parte\)](#)
- [Matematica finanziaria in pillole \(3^ Parte\)](#)

Di :

Marco Salvaterra, - [15 dicembre 2007](#)

laureato in Scienze agrarie presso la Facoltà di Agraria di Bologna, insegna Estimo ed Economia agraria all'Istituto Tecnico Agrario di Firenze.