CORSO DI AGGIORNAMENTO PROFESSIONALE

DI TOPOGRAFIA CATASTALE

ottobre 1989

A CURA DEL

Geom. PIER DOMENICO TANI

INDICE

•A	A1, A2,.. punti d'appoggio del rilievo
•O	O1, O2,.. punti d'orientamento del ril.
.S	S1, S2,.. stazioni tacheometriche
A1 ________________ A2	Lato misurato
S _____ _ _ _ _ _ _ O	Direzione osservata solo angolarmente
S1 _____ _ _ _ _____ S2	Direzioni angolari reciproche
A1 .... A2	Lato calcolato, del quale non è stata direttamente rilevata alcuna misura
$(AB) = \theta_{AB}$	Azimut della direzione AB
	Coincidente con

A. E L E M E N T I D I C A R T O G R A F I A

A.1. I SISTEMI DI RIFERIMENTO

A.1.1. I "MODELLI DEL TERRENO" E IL PROBLEMA CARTOGRAFICO

Il modo piu' fedele di rappresentare il territorio consiste nel darne una riproduzione in scala a tre dimensioni.

Ne sono esempi un mappamondo o un plastico, che possiamo definire "modelli analogici" del terreno.

Tale sistema però, per le elaborazioni tecniche, non è di pratica utilizzazione, come e' invece la rappresentazione su carta, cioe' il cosiddetto "modello grafico" del terreno.

Le moderne tecniche informatiche consentono la possibilita' di creare un "modello numerico" o "modello digitale" del terreno o DTM (Digital Terrain Model), che consiste in un archivio su supporto magnetico di coordinate e di quote dei punti piu' caratteristici del suolo.

Tale ultimo modello pero' non e' un diverso sistema di rappresentazione, ma semplicemente un aspetto, un perfezionamento, un complemento del modello grafico, un ritrovato eccellente per ottenere anche la riproduzione su carta, che rimane sempre un mezzo fondamentale e irrinunciabile per l'esame e lo studio del territorio.

La cartografia affronta i problemi della rappresentazione grafica del terreno, problemi che, soprattutto per vaste zone, non possono trovare una soluzione rigorosamente geometrica, in quanto si tratta di rappresentare su una superficie piana (quella delle carta) un oggetto che non e' ne' piano ne' regolare.

A.1.2. LA RICERCA DI UNA SUPERFICIE DI RIFERIMENTO

Il piu' logico tentativo di soluzione dei problemi anzidetti appare quello di adottare una superficie di riferimento sulla quale proiettare la superficie fisica della Terra.

Si e' pensato subito alla superficie dei mari, che e' molto piu' regolare ed e' piu' vasta di quella dei territori emersi.

Si e' ipotizzata l'acqua al suo livello medio, di densita' e temperatura costanti ed esente dagli effetti delle maree e dei venti. La superficie dei mari, cosi regolarizzata, si e' immaginato di prolungarla sotto i continenti, ottenendo il cosiddetto "geoide", che e' una superficie equipotenziale, cioe' perpendicolare in ogni suo punto alla direzione della gravita'.

La superficie del geoide non e' sferica, perche' la direzione e l'intensita' della gravita' risentono dell'effetto centrifugo della rotazione terrestre, e non e' nemmeno una superficie ellissoidica regolare, perche' la direzione e l'intensita' della gravita' risentono della non omogenea densita' e distribuzione delle masse che costituiscono il corpo terracqueo (esistono cioe' anomalie della gravita').

Le direzioni delle verticali, misurate sulla superficie terrestre, sono molto importanti, perche' sono quelle individuabili con facilita' e sicurezza in ogni punto del pianeta con il filo a piombo o con le livelle di cui sono provvisti gli strumenti topografici. Tali direzioni non convergono in un unico punto (saremmo indotti a crederle convergenti nel baricentro della Terra).

A causa delle sue irregolarita , che impediscono l'applicazione di formule matematiche relativamente semplici, il geoide non si presta ad essere adottato come superficie di riferimento per la rappresentazione cartografica planimetrica (mentre, come vedremo, viene invece adottato per il riferimento dell'altimetria).

Dalle misurazioni eseguite sulla forma e dimensioni della Terra, si e' trovato che la figura geometrica regolare che piu' si approssima al geoide, con scostamenti di alcune decine di metri, e' un "<u>ellissoide</u>" di rotazione attorno al suo asse minore (asse terrestre o asse polare).

Vari sono stati gli studiosi che hanno fornito altrettante dimensioni dell' ellissoide terrestre.

Per il riferimento della rappresentazione planimetrica delle diverse cartografie realizzate in epoche diverse, sono stati adottati, purtroppo, ellissoidi diversi.

Quelli piu' diffusamente adottati in Italia sono l'<u>ellissoide di Bessel</u>, determinato nel 1841, e "<u>l'ellissoide internazionale</u>"[1)], determinato da Hayford nel 1909.

Data la non coincidenza fra geoide ed ellissoide, le verticali, normali al geoide, non coincidono con le normali all'ellissoide. L'angolo che formano e' detto "deviazione delle verticali".

La circostanza che gli strumenti topografici fanno riferimento alla verticale, mentre produce un errore trascurabile

---

1) Con osservazioni piu' recenti, effettuate con l'ausilio dei satelliti artificiali, sono state determinate ed ufficialmente riconosciute misure dell'ellissoide piu' precise, ma non sono state ancora adottate in cartigrafia per evitare di dover rifare tutti i calcoli e correggere le carte.

in senso planimetrico, determinerebbe un errore intollerabile in altimetria, se questa fosse riferita all'ellissoide.

Il riferimento altimetrico rimane quindi il geoide, essendo definita quota di un punto la distanza fra il punto stesso e la superficie del geoide, distanza misurata lungo la linea della verticale.

Viene considerata quota zero del geoide quella del livello medio del mare rilevata in un determinato punto (per l'Italia e la Svizzera, il mareografo installato nel porto di Genova).

Nei rilievi planimetrici di dimensioni non grandissime si adottano certe semplificazioni che comportano errori tollerabili: entro un raggio di circa 100-130 km, detto campo geodetico, l'ellissoide puo' essere sostituito dalla sfera locale ed entro un raggio di circa 25 km, detto campo topografico, puo' essere persino adottato il piano tangente a detta superficie. Ovviamente i limiti degli anzidetti campi possono variare in funzione della precisione che si vuol conseguire nel rilievo.

In altimetria invece la terra puo' essere considerata piana solo entro un raggio massimo di alcune centinaia di metri e sempre in funzione delle esigenze di precisione.

Si puo' chiudere questa prima parte con la conclusione che in natura forse non esiste nulla di geometricamente regolare. La ricerca di figure regolari che piu' si approssimano a quelle reali trova giustificazione nel fatto che le prime si prestano meglio all'applicazione dei nostri procedimenti geometrici e delle nostre formule matematiche.

A.2. LE COORDINATE GEOGRAFICHE

E' forse superfluo ricordare che le coordinate geografiche ellissoidiche di un punto P sono:

- la latitudine φ, espressa dall'angolo che la normale all'ellissoide forma con il piano equatoriale;
- la longitudine λ, espressa dall'angolo diedro che il piano meridiano passante per P forma col piano meridiano di riferimento, normalmente quello di Greenwich (i piani meridiani sono quelli passanti per l'asse terrestre).

I paralleli sono il luogo dei punti di uguale latitudine, ovvero rappresentano l'intersezione con l'ellissoide di piani ortogonali all'asse terrestre.

I meridiani sono il luogo dei punti di uguale longitudine, ovvero rappresentano l'intersezione dei piani meridiani con l'ellissoide.

Paralleli e meridiani costistuiscono il reticolato geografico di coordinate curvilinee sull'ellissoide. Tale reticolato rappresenta il sistema di riferimento piu' generale ed e' normalmente riportato nelle carte, o mediante linee intere (nelle carte geografiche) o mediante semplici "inviti" ai margini dei fogli (nelle carte topografiche).

Le coordinate geografiche sono importanti in cartografia, perche' e' da esse che si parte, mediante le cosiddette "equazioni della carta", o "formule di corrispondenza", per il calcolo delle coordinate cartesiane piane nei vari sistemi di rappresentazione cartografica ed e' attraverso le coordinate geografiche che si passa, come fase intermedia di calcolo, per la trasformazione delle coordinate cartografiche piane da un sistema di rappresentazione ad un altro.

Comunque non ha significato indicare coordinate geografiche senza precisare quale sia l'ellissoide (Bessel, Internazionale, ecc.) e quale sia il punto di emanazione (Monte Mario, Genova, ecc.) cui sono riferite.

4.3. LE TRIANGOLAZIONI

Mediante operazioni di triangolazione, oggi anche di trilaterazione, vengono determinate le coordinate geografiche ellissoidiche di particolari punti del territorio, i vertici trigonometrici, dei quali vengono poi calcolate anche le coordinate piane nei diversi sistemi di rappresentazione cartografica.

In Italia la cosiddetta "triangolazione nazionale" e' stata eseguita dall' I.G.M.I., che ha determinato vertici trigonometrici divisi in quattro ordini. La densita' media era originariamente di circa un trigonometrico ogni 3-4 km.

Il Catasto ed altri enti cartografici hanno poi eseguito loro triangolazioni di raffittimento, con inquadramento nella anzidetta triangolazione nazionale.

Ogni ente conserva appositi "cataloghi" costituiti dalle "monografie" dei propri punti trigonometrici. Ogni monografia riporta la denominazione del punto, l'ordine di appartenenza, gli elementi per la sua individuazione, la fotografia o lo schizzo del manufatto che lo materializza, le coordinate geografiche e quelle cartografiche in uno o piu' determinati sistemi, la quota ed il piano (PP) cui la medesima si riferisce, ed eventualmente altri elementi.

Giova ricordare che la peculiarita' dei vertici trigonometrici e' l'individuazione planimetrica e che le quote dei medesimi, anche se espresse al centimetro, hanno una modesta precisione (di massima qualche o alcune decine di centimetri) perche' determinate con livellazione trigonometrica.

Non e' che in senso planimetrico la precisione in assoluto sia maggiore, ma si deve considerare che in planimetria, in generale, gli errori sono assai superiori che in altimetria.

I SISTEMI DI RAPPRESENTAZIONE CARTOGRAFICA

Una volta che i punti del terreno, o alcuni di essi (i vertici trigonometrici), sono stati "proiettati" sull'ellissoide, rimane il problema di rappresentarli sulla superficie piana della carta, dato che l'ellissoide non e' una superficie sviluppabile sul piano.

Tale problema viene risolto, con accettabili approssimazioni, mediante diversi sistemi di rappresentazione, che consistono nel rappresentare la superficie dell'ellissoide o direttamente su una superficie piana oppure su una superficie conica o cilindrica (tangente o secante l'ellissoide), che poi viene sviluppata sul piano.

Qualsiasi sitema di rappresentazione produce inevitabilmente delle deformazioni, che possono riguardare le distanze, gli angoli e le superfici. In altre parole: misure eseguite sul terreno, relative a determinati punti, di norma non corrispondono con le rispettive misure ottenibili attraverso le coordinate cartografiche degli stessi punti, ancorche' fossero coordinate di genesi analitica.

Si definisce "modulo di deformazione" il rapporto o, per gli angoli, la differenza fra la misura ottenuta con elementi cartografici e la corrispondente misura rilevata sul terreno (o, meglio, sul geoide).

I moduli di deformazione possono quindi distinguersi in lineari, angolari e areali o superficiali e variano per la stessa carta da zona a zona e, spesso, in funzione delle direzioni (azimut) delle distanze.

Di conseguenza le carte sono definite:

- conformi (o isogone o ortoformi o autogonali), quando rimangono quasi inalterati gli angoli (le deformazioni lineari in questi casi sono, per una limitata zona, uniformi in tutte le direzioni e le figure rappresentate sono simili a quelle reali);
- equivalenti, quando sono minime le deformazioni delle superfici;
- equidistanti, quando, limitatamente a certe zone o a certe direzioni, non deformano le distanze (non esistono carte equidistanti in modo assoluto);
- afilattiche, quando producono deformazioni di tutti i tipi, ma contenute entro limiti assai ristretti.

Escludendo le carte geografiche, che non interessano in modo specifico il topografo, possiamo ricordare i sistemi di rappresentazione piu' diffusi in Italia e cioe':

- il sistema locale;
- » » catastale (di Cassini-Soldner);
- » » nazionale (di Gauss-Boaga);
- » » universale U.T.M.

L'ordine di tale elencazione riflette la sequenza storica della cartografia, che ha ricalcato le vicende storiche dell'uomo, il quale, da piccole comunita' disaggregate, e' giunto a costituire sempre piu' vaste confederazioni di stati

Cosi i problemi di rappresentazione del terreno sulla carta in passato furono risolti suddividendo il territorio in porzioni di estensione assai limitata , in modo da poterle considerare come piane. Tale soluzione assai semplice dimostrò ben presto notevoli inconvenienti, soprattutto nell'aggragazione delle varie porzioni, quando le necessita' di studio del territorio assunsero dimensioni sempre piu' ampie. Così, attraverso l'adozione di sistemi sempre più vasti, si è giunti all'adozione di sistemi multinazionali.

A.4.1. Il sistema locale.

Dicesi "locale" un sistema di assi cartesiani liberamente scelto, completamente svincolato da qualsiasi sistema di rappresentazione cartografica.

Un sistema siffatto, deve avere dimensioni non grandi, per consentire di trasformare direttamente in coordinate cartesiane le misure del rilievo, senza deformarle e senza provocare incongruenze inaccettabili. Le anzidette dimensioni tuttavia possono essere abbastanza vaste da contenere largamente i normali rilievi d'aggiornemento catastale.

Fra misure del rilivo e coordinate locali esiste quindi un rapporto biunivoco diretto non deformante.

All' origine del sistema si possono attribuire coordinate fittizie di un certo valore intero (per es.: X(N) = 1000 e Y(E) = 1000) allo scopo di evitare valori negativi delle coordinate (si crea cioè una "falsa origine"). Anche la direzione dell'asse delle ordinate può essere arbitraria.

L' uso delle coordinate locali è quindi un modo per organizzare, in un sistema omogeneo, univoco, le misure del rilievo, che sono entità normalmente disorganizzate (coordinate polari riferite a poli diversi, distanze misurate in direzioni diverse).

Una delle prime fasi di calcolo può essere quindi la trasformazione delle misure del rilievo in coordinate locali.

Queste offrono la facile possibilità, soprattutto automatica, di operare qualsiasi elaborazione sulla indeformata figura rilevata, ivi compreso il calcolo delle superfici reali e costituiscono anche la forma ottimale per archiviare, inalterata, la geometria del rilievo, che rimane tuttavia disponibile per qualsivoglia trasformazione e compensazione cartografica.

Per questi motivi l'Amministrazione del Catasto con la recente normativa ha previsto, come prima fase di calcolo, la determinazione di coordinate riferite ad un sistema locale specifico per ogni rilievo d'aggiornamento e ha stabilito i criteri per la scelta del punto origine e del punto d'orientamento di ciascun sistema.

Le coordinate locali hanno tuttavia dei limiti: non sono calcolabili se lo schema del rilievo non è rigido (questo non sarebbe un guaio) e non consentono una corretta utilizzazione dei punti d'orientamento (dei quali si devono utilizzare le coordinate del sistema di rappresentazione cartografica).

Non sono concettualmente idonee per la diretta restituzione cartografica dei rilievi, anche se sono accettabili per la introduzione grafica in mappa di rilievi di modeste dimensioni.

A.4.2. Il sistema catastale di Cassini-Soldner.

L'Amministrazione del Catasto, fin dalla legge istitutiva del 1886, ha adottato, per le mappe catastali, il sistema di rappresentazione di Cassini-Soldner, classificabile anafilattico e riferito all'ellissoide di Bessel orientato a Genova, per l'Italia centro-settentrionale, e a Castanea delle Furie per l'Italia centro-meridionale.

Da alcuni decenni per i comuni rilevati ex novo si e' adeguata al sistema nazionale di Gauss-Boaga, ma sono ancora poche le zone rappresentate in questo piu' recente sistema. L'Amministrazione ha invece provveduto al ricalcolo di tutti i vertici trigonometrici, nelle cui monografie pertanto compaiono sempre le coordinate Gauss-Boaga, in aggiunta ovviamente alle Cassini-Soldner, ove queste sono ancora vigenti.

La rappresentazione sul "piano di Cassini-Soldner",si ottiene sviluppando un cilindro tangente ad un meridiano scelto opportunamente e detto meridiano principale. La retta secondo la quale si sviluppa tale meridiano e' assunta come asse delle X, che pertanto e' diretto al Nord; come asse delle Y si assume la perpendicolare a tale direzione nel punto origine del sistema. Tale origine viene fatta coincidere con un trigonometrico di uno dei primi ordini dell' I.G.M.I., che, per limitare le deformazioni, viene scelto fra quelli collocati in posizione pressoche' centrale rispetto alla zona da rappresentare.

Sempre per limitare le deformazioni, che in funzione della grandissima scala di rappresentazione debbono essere assai contenute, la zona da rappresentare in un sistema di assi cartesiani deve essere limitata a 70 km nella direzione Y (con tale limitazione la deformazione lineare massima e' contenuta entro 6 cm per Km e quella delle aree entro 62 mq/kmq)

Di conseguenza si sono dovuti stabilire numerosi sistemi di assi cartesiani: circa 850, dei quali 31 sono "grandi sistemi" (un grande sistema puo' comprendere alcune province, mentre un piccolo sistema puo' riguardare anche un solo comune).

Volendo eseguire un collegamento fra punti appartenenti a comuni diversi, bisogna accertarsi di operare nell'ambito del medesimo sistema, cioe' della medesima origine. Le operazioni per realizzare un collegamento fra sistemi diversi sono piuttosto complesse.

A.4.3. Il sistema nazionale italiano di Gauss-Boaga.

Il sistema nazionale italiano di Gauss-Boaga e' derivato dalla rappresentazione conforme di Gauss (Karl F. Gauss 1777-1855) con particolari adattamenti apportati dall'italiano prof. Boaga (1901-1961) ed e' riferito all'ellissoide internazionale orientato a Monte Mario.

Secondo questo sistema l'Italia e' inquadrata in due fusi contigui dell'ampiezza cadauno di 6° di longitudine, limitati rispettivamente dalle coppie di meridiani di longitudine 6° e 12°, per il fuso ovest, e di longitudine 12° e 18° per il fuso est.

Per facilitare il collegamento fra le zone poste a confine fra i due fusi, e' stata creata una fascia di sovrapposizione avente una larghezza di 40' di longitudine (da 11° 40' a 12° 20'). In tale fascia i punti trigonometrici sono individuati con le coordinate cartesiane di entrambi i fusi e nelle carte topografiche e' riportato, mediante semplici "inviti", anche il reticolato parametrico del fuso contiguo.

Il Catasto, invece di creare la fascia di sovrapposizione, ha sostituito la linea virtuale che separa i due fusi, il meridiano di 12°, con la successione dei confini amministrativi interprovinciali piu' prossimi a tale meridiano. Cio' allo scopo di contenere le mappe di ogni provincia in un medesimo fuso.

La rappresentazione di Gauss-Boaga e' di tipo conforme, cioe', come si e' detto, non deforma gli angoli e di conseguenza le deformazioni lineari, per una ristretta zona, sono uniformi in tutte le direzioni.

Per dimezzare tali deformazioni, che sarebbero sempre allungamenti, si e' adottato l'artificio di una riduzione di scala pari a 0,9996. Di conseguenza le deformazioni lineari, invece di raggiungere valori massimi, sempre positivi, di +0,80 m per km, sono contenute nei limiti di ± 0,40 m per km.

Le ordinate Nord (N) del sistema di coordinate cartesiane sono tutte riferite all'equatore, presa come origine, e pertanto sono tutte positive.

Per evitare valori negativi delle ascisse Est (E), ai meridiani centrali, o meridiani origine, dei due fusi sono stati attribuiti rispettivamente a valori di 1500 e di 2520 km; e' stata cioe' creata per ciascuno una "falsa origine".

A.4.4. Il sistema universale U.T.M.

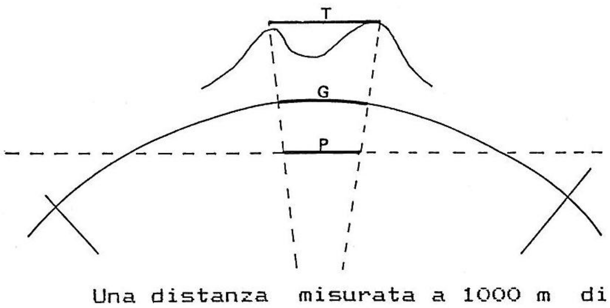
Non e' il caso di soffermarsi sul sistema universale U.T.M. (Universal Transverse Mercator), che normalmente non costituisce interesse per il topografo.

Nelle carte I.G.M.I. e' tracciato un reticolato chilometrico inquadrato nel detto sistema e sono fornite le istruzioni per individuare in modo univoco ogni punto del globo, attraverso un complesso meccanismo di lettere e numeri.

A.5. ALCUNE CONCLUSIONI OPERATIVE

Le norme catastali sul rilievo d'aggiornamento, entrate in vigore a decorrere dal 1-1-1989, prevedono un primo calcolo provvisorio di coordinate locali ridotte al livello medio del mare (praticamente al geoide) e un calcolo definitivo, al momento della ricomposizione geotopocartografica, che le rapporta al piano della rappresentazione cartografica.

Pertanto, a differenza di tutte le coordinate catastali, quelle dei punti fiduciali di codice 20÷68 e quelle dei punti di dettaglio ad essi collegati, giacciono sul geoide.



T = misura eseguita sul terreno e ridotta all'orizzonte

G = sua dimensione ridotta al geoide

P = sua dimensione rapportata al piano della rappresent.ne

Una distanza misurata a 1000 m di quota, riportata al geoide, si riduce di 0.16 m/km e se rapporata al piano della rappresentazione di Gauss-Boaga può variare ulteriormente nei limiti di ± 0.40 m/hm.

Le superfici variano di conseguenza.

B. I PIU' COMUNI CALCOLI TOPOGRAFICI

B.1. PREMESSA

Queste note si rivolgono al professionista che non trova il tempo e la tranquillità per riprendere i libri di trigonometria, cosa che sarebbe tuttavia molto opportuna.

Qui l'argomento è trattato in forma strettamente operativa e, per motivi didattici, si prevede in modo specifico l'uso manuale delle calcolatrici elettroniche scientifiche tascabili, anche se alcune nozioni sono propedeutiche alla programmazione del calcolo automatico, che offrirebbe notevoli vantaggi.

Si consiglia in ogni caso di prendere l'abitudine ad applicare le formule testualmente ed in modo algebrico: ne scaturiscono i risultati esatti in qualsiasi circostanza senza la necessità di disegnare la figura del rilievo in rigorosa scala, figura che rimane tuttavia sempre consigliabile a titolo di controllo, seppure di limitata precisione.

Un altro valido raccomandabile controllo consiste nella ripetizione del calcolo, adottando possibilmente un procedimento diverso.

E' opportuno prendere l'abitudine di calcolare gli elementi incogniti partendo direttamente dagli elementi noti e da quelli rilevati sul terreno, senza avvalersi di elementi precalcolati, come peraltro dovrebbe essere norma irrinunciabile nel calcolo automatico.

In ogni caso gli elementi precalcolati o i risultati intermedi è bene siano arrotondati il meno possibile, anzi per tali dati è preferibile utilizzare le memorie della calcolatrice: oltre a conservare un gran numero di decimali, si evitano errori e perdite di tempo.

I risultati finali invece è opportuno siano arrotondati in funzione della precisione che si ritiene di aver conseguito.

Alcuni argomenti risulteranno probabilmente di difficile comprensibilità per chi non ha seguito certe

te verbalmente.

B.2. GLI ANGOLI E LE LORO UNITA' DI MISURA

I sistemi di misura degli angoli più usati in topografia sono: il sistema centesimale (indicato con le sigle GRAD, GRA, GRD o GON), il sistema sessagesimale (DMS o H.MS), il sistema sessadecimale (DEG) e il sistema radiante (RAD).

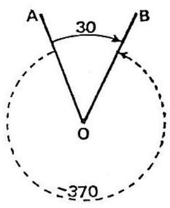
Si ritiene di poter soprassedere alla loro definizione e e all'indicazione delle formule di passaggio da un sistema all'altro, anche perchè le citate calcolatrici hanno la possibilità di varie opzioni.

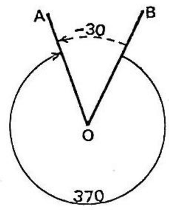
Nelle formule qui indicate è stato adottato il sistema centesimale, che, oltre ad essere il più pratico e diffuso, è prescritto dalla recente normativa catastale.

E' opportuno ricordare che si conviene di considerare positivi gli angoli generati in senso destrorso (orario) e negativi quelli generati in senso sinistrorso (antiorario) e che per un dato angolo è indifferente, purchè non se ne ignori il segno, considerare l'entità positiva o quella negativa, che differiscono di 400^g (sono cioè angoli congruenti).

Di conseguenza, tutte le volte che dai nostri calcoli scaturiscono, come risultati, angoli negativi, volendo renderli positivi, possiamo aggiungervi 400^g e tutte le volte che scaturiscono angoli superiori a 400^g possiamo tranquillamente togliere, una o più volte, 400^g.

Si conviene anche, nell'indicare un angolo, per esempio $A\hat{O}B$, di porre per prima la lettera relativa alla direzione d'origine (direzione zero) o direzione generatrice.





$A\hat{O}B = 30^g = -370^g$ $\qquad$ $B\hat{O}A = -30^g = 370^g$

Ne consegue anche che nelle calcolatrici elettroniche è indifferente, per esempio, impostare uno qualsisi dei seguenti angoli: 30^g, 430^g, 830^g, -370^g, -770^g, ecc.

B.3. LE FUNZIONI CIRCOLARI O FUNZIONI TRIGONOMETRICHE

Le più comuni funzioni circolari o funzioni trigonometriche sono: il seno, il coseno, la tangente e la cotangente.

I valori di tali funzioni, in entità e segno, sono in funzione univoca dell'ampiezza dell'angolo cui si riferiscono e sono forniti con immediatezza dalle citate calcolatrici.

E' appena il caso di affermare che oggi sono da considerare professionalmente obsolete le tavole trigonometriche (logaritmiche o dei valori naturali), che fra l'altro, per motivi di voluminosità, riportano solo gli angoli compresi nel primo quadrante.

Normalmente nelle calcolatrici più volte citate è ignorata la funzione cotangente: in sua vece si può agevolmente utilizzare la funzione tangente, ponendo $COTG\ \alpha = \frac{1}{TAN\ \alpha}$ (ciò significa dividere per la tangente anzichè moltiplicare per la cotangente e viceversa).

Le stesse calcolatrici forniscono per ogni funzione trigonometrica i valori dei corrispondenti archi: arcoseno, arcocoseno e arcotangente, rispettivamente indicate con le sigle ASIN, ACOS, ATAN o SIN^{-1}, COS^{-1} e TAN^{-1} oppure, meno spesso, ASN, ACS e ATN , che consentono di ottenere il valore dell' angolo, conoscendo l'entità ed il segno algebrico di una sua funzione.

Tuttavia tale rapporto inverso è biunivoco, cioè: ad ogni valore, in entità e segno, di ciascuna funzione corrispondono sempre due angoli.

In sintesi:

per un certo valore della funzione:	l'angolo α corrispondente può essere:
SENO	$\alpha = \alpha'$ oppure $= 200 - \alpha'$
COSENO	$\alpha = \alpha'$ oppure $= 400 - \alpha'$
TANGENTE	$\alpha = \alpha'$ oppure $= 200 + \alpha'$

dove α' è il valore fornito dalla calcolatrice.

Quando nelle formule indicate nel seguito c'è il pericolo di questa biunivocità, la circostanza è stata ricordata, indicando le due possibilità.

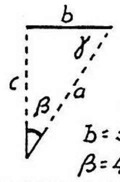
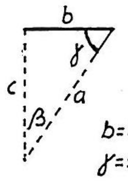
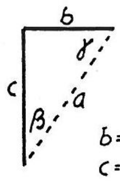
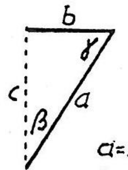
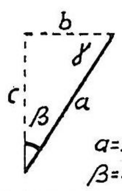
B.4. RISOLUZIONE DEI TRIANGOLI

Un triangolo, quando sono noti tre suoi elementi, dei quali almeno un lato, è univocamente definito (salvo la rara possibilità di doppia soluzione di cui all'ultimo caso dei triangoli qualunque apresso illustrato).

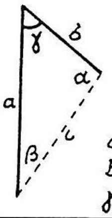
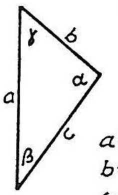
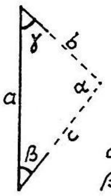
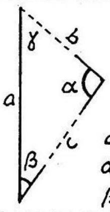
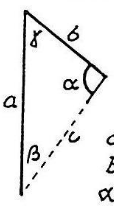
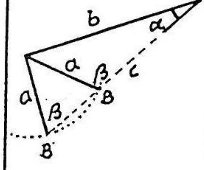
Ciò vale anche per i triangoli rettangoli, nei quali tuttavia un angolo, quello retto, è sempre noto.

Si conviene di chiamare α , β e γ i tre angoli e a, b, c i tre lati rispettivamente opposti (non ha importanza se in sequenza destrorsa o sinistrorsa). Il tecnico calcolatore potrà sempre indicare gli elementi a lui noti con le stesse lettere qui adottate.

B.4.1. TRIANGOLI RETTANGOLI

FIGURA ED ELEMENTI NOTI	FORMULE CHE UTILIZZANO SOLO ELEMENTI NOTI	FORMULE CHE UTILIZZANO ELEMENTI PRECALCOLATI. FORMULE DI CONTROLLO
1) *Noti: un cateto e l'angolo opposto*		
 $b = 33.00$ $\beta = 41.00$	$a = \frac{b}{\mathrm{SEN}\,\beta} = 54.96$ $c = \frac{b}{\mathrm{TAN}\,\beta} = 43.95$ $\gamma = 100 - \beta$	$a = \frac{c}{\mathrm{SEN}\,\gamma} = 54.96$ $c = a\ \mathrm{SEN}\,\gamma = 43.95$
2) *Noti: un cateto e l'angolo acuto adiacente*		
 $b = 33.00$ $\gamma = 59.00$	$a = \frac{b}{\cos\gamma} = 54.96$ $c = b\ \mathrm{TAN}\,\gamma = 43.95$ $\beta = 100 - \gamma = 41.00$	$a = \frac{c}{\cos\beta} = 54.96$
3) *Noti: i due cateti*		
 $b = 33.00$ $c = 43.95$	$a = \sqrt{b^2 + c^2} = 54.96$ $\beta = \mathrm{TAN}^{-1}\left(\frac{b}{c}\right) = 41.00$ $\gamma = \mathrm{TAN}^{-1}\left(\frac{c}{b}\right) = 59.00$	$a = b : \mathrm{SEN}\,\beta = 54.96$ $\beta + \gamma = 100$
4) *Noti: l'ipotenusa e un cateto*		
 $a = 54.96$ $b = 33.00$	$\beta = \mathrm{SEN}^{-1}\left(\frac{b}{a}\right) = 41.00$ $\gamma = \cos^{-1}\left(\frac{b}{a}\right) = 59.00$ $c = \sqrt{((a+b)(a-b))} = 43.95$	$\beta + \gamma = 100$ $c = a\ \mathrm{SEN}\,\gamma = a\cos\beta = 43.95$
5) *Noti: l'ipotenusa e un angolo adiacente*		
 $a = 54.96$ $\beta = 41.00$	$b = a\ \mathrm{SEN}\,\beta = 33.00$ $c = a\ \cos\beta = 43.95$ $\gamma = 100 - \beta = 59.00$	$b = \frac{c}{\mathrm{TAN}\,\gamma} = 33.00$ $c = b\ \mathrm{TAN}\,\gamma = 43.95$ $\beta + \gamma = 100$

B.4.2. TRIANGOLI QUALUNQUE

FIGURA ED ELEMENTI NOTI	FORMULE CHE UTILIZZANO SOLO ELEMENTI NOTI	FORMULE CHE UTILIZZANO ELEMENTI PRECALCOLATI. FORMULE DI CONTROLLO
 $a = 77.00$ $b = 39.09$ $\gamma = 55.56$	$\alpha' = Tan^{-1}\left(\frac{a\ sen\,\gamma}{b - a\cos\gamma}\right) = -88.89$ * $\beta' = Tan^{-1}\left(\frac{b\ sen\,\gamma}{a - b\cos\gamma}\right) = 33.33$ * $c = \sqrt{(a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma)} = 59.90$ $S = 1/2\ a\ b\ sen\,\gamma = 1153$	* Se α' è negativo, porre $\alpha = \alpha' + 200$ Nella fattispecie $\alpha = -88.89 + 200 = 111.11$ * Se β' è negativo, porre $\beta = \beta' + 200$ $c = \frac{a\ sen\,\gamma}{sen\,\alpha} = \frac{b\ sen\,\gamma}{sen\,\beta} = 59.90$
 $a = 77.00$ $b = 39.09$ $c = 59.90$	$p = (a + b + c) : 2 = 87.995$ semiperimetro	$\alpha = \cos^{-1}(1 - (2((p:b)-1)((p:c)-1))) = 111.11$ $\beta = \cos^{-1}(1 - (2((p:a)-1)((p:c)-1))) = 33.33$ $\gamma = \cos^{-1}(1 - (2((p:a)-1)((p:b)-1))) = 55.56$ $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = 1153$ (Erone)
 $a = 77.00$ $\beta = 33.33$ $\gamma = 55.56$	$\alpha = 200 - \beta - \gamma = 111.11$ $b = \frac{a\ sen\,\beta}{sen\,(\beta + \gamma)} = 39.09$ $c = \frac{a\ sen\,\gamma}{sen\,(\beta + \gamma)} = 59.90$ $S = \frac{a^2\ sen\,\beta\ sen\,\gamma}{2\ sen\,(\beta + \gamma)} = 1153$	$b = \frac{a\ sen\,\beta}{sen\,\alpha} = 39.09$ $c = \frac{a\ sen\,\gamma}{sen\,\alpha} = 59.90$
 $a = 77.00$ $\alpha = 111.11$ $\beta = 33.33$	$\gamma = 200 - \alpha - \beta = 55.56$ $b = \frac{a}{sen\,\alpha}\ sen\,\beta = 39.09$ $c = \frac{a}{sen\,\alpha}\ sen\,(\alpha + \beta) = 59.90$	$a = \frac{c\ sen\,\alpha}{sen\,\gamma} = 77.00$ $c = \frac{a\ sen\,\gamma}{sen\,\alpha} = \frac{b\ sen\,\gamma}{sen\,\beta} = 59.90$ $S = 1/2\ a\ c\ sen\,\beta = 1153$
 $a = 77.00$ $b = 39.09$ $\alpha = 111.11$ 	$\beta' = sen^{-1}\left(\frac{b\ sen\,\alpha}{a}\right) = 33.33$ Potrebbe essere $\begin{cases}\beta = \beta' \\ \beta = 200 - \beta'\end{cases}$ Infatti, se α è acuto e contemporaneamente $a < b$, il problema presenta due soluzioni (vedi la seconda figura, ove il vertice B può avere una duplice collocazione). L'operatore, sulla base di altri elementi, dovrà scegliere il valore esatto di β, cosa non facile quando tale angolo fosse prossimo al retto. Calcolato β, il problema rientra nell'ultimo dei precedenti casi, oppure, dopo aver calcolato $\gamma = 200 - \alpha - \beta$, può rientrare nel primo o nel terzo.	

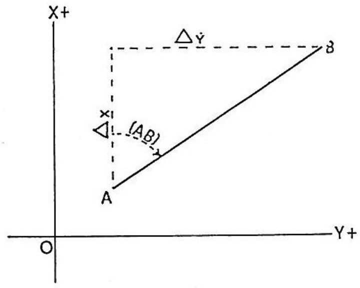
B. 5. PROBLEMI SULLE COORDINATE

B.5.1. Passaggio dalle coordinate cartesiane alle polari

(AB) = azimut della direzione $A \rightarrow B$.

(AB)' = entità provvisoria dell'azimut (AB), cioè quella appartenente al primo quadrante.

$\overline{AB}$ = distanza AB.



$$(AB)' = TAN^{-1}\left(\frac{\Delta Y}{\Delta X}\right) = TAN^{-1}\left(\frac{Y_B - Y_A}{X_B - X_A}\right) \qquad 1)$$

$$\overline{AB} = \frac{X_B - X_A}{COS\ (AB)} = \frac{Y_B - Y_A}{SEN\ (AB)} \qquad 2)$$

1) Se si usano:	microcomputers	tavole logaritm. (o valor. nat.)
e se $\frac{\Delta Y}{\Delta X} = \frac{+}{+}$	(AB) = (AB)'	(AB) = (AB)'
» » $= \frac{+}{-}$	(AB) = (AB)' + 200	(AB) = 200 − (AB)'
» » $= \frac{-}{-}$	(AB) = (AB)' + 200	(AB) = 200 + (AB)'
» » $= \frac{-}{+}$	(AB) = (AB)' + 400	(AB) = 400 − (AB)'

2) Se il numeratore ($X_B - X_A$ o $Y_B - Y_A$) fosse di entità esigua rispetto alla distanza AB da calcolare, evitare di usare un valore arrotondato dell'azimut (AB), oppure adottare, delle due formule, quella che ha il numeratore maggiore.

B.5.2. Passaggio dalle coordinate polari alle cartesiane

$\Delta X = \overline{AB} \cdot COS\ (AB)$ $\qquad$ $\Delta Y = \overline{AB} \cdot SEN\ (AB)$

$X_B = X_A + \Delta X$ $\qquad$ $Y_B = Y_A + \Delta Y$

I risultati di queste formule sono già definitivi, per qualsiasi quadrante, purchè si tenga conto dei segni algebrici, sia che si usino microcomputers o tavole (di logaritmi, o di valori naturali, delle funzioni trigonometriche).

In alcuni modelli di microcomputers, più spesso nei tascabili, le trasformazioni di cui sopra, sia in un senso che nell'altro, sono rese automatiche mediante l'uso di appositi tasti.

B.6. RIDUZIONE ALL'ORIZZONTE DELLE DISTANZE MISURATE

Per misure effettuate con la stadia verticale:

$$D = K\ S\ SEN^2\ Z$$

D = distanza orizzontale;

K = coefficiente diastimometrico (normalmente 100);

S = Ls - Li = intervallo di stadia compreso fra la lettura superiore Ls e la lettura inferiore Li;

Z = angolo zenitale (detto anche zenit o distanza zenitale).

Ovviamente il coefficiente K si omette quando le letture alla stadia vengono effettuate col sistema catastale, cioè già moltiplicate per 100 al momento del loro prelievo.

Per controllo: $\dfrac{Ls + Li}{2} \approx Lm$ (Lm lettura al filo medio)

Lo scarto nell'eguaglianza precedente dovrebbe essere compreso, di massima, entro i seguenti limiti.

ANGOLO ZENITALE	DISTANZE						
	10	25	50	75	100	125	150
100	0,23	0,25	0,35	0,42	0,50	0,57	0,65
90 / 110	0,24	0,31	0,41	0,52	0,62	0,73	0,84
80 / 120	0,25	0,34	0,48	0,62	0,75	0,89	1,03
75 / 125	0,26	0,36	0,51	0,67	0,82	0,98	1,14

Per distanze misurate con distanziometro elettro-ottico o con longimetri inclinati (per esempio, appoggiati su terreno avente pendenza uniforme):

$$D = Di \ \mathrm{SEN} \ Z$$

Di = distanza inclinata;

Z = angolo che la distanza inclinata forma con la verticale.

Detto angolo deve essere misurato con maggior precisione man mano che l'inclinazione aumenta.

B.7. LA CORREZIONE AZIMUTALE O CORREZIONE D'ORIENTAMENTO

La correzione azimutale in una data stazione tacheometrica rappresenta il disorientamento di cui, in quella stazione, è affetta la direzione zero del cerchio azimutale, rispetto alla direzione del Nord cartografico.

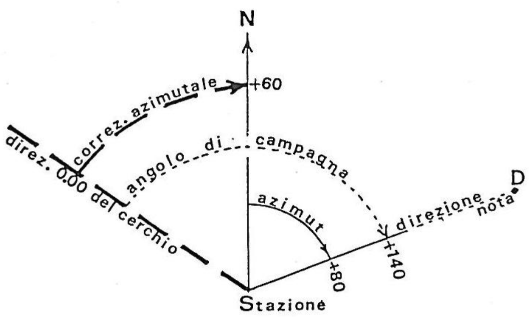
Essa può essere anche definita come l'angolo azimutale che si sarebbe letto in campagna se si fosse potuta osservare la virtuale direzione del Nord cartografico.

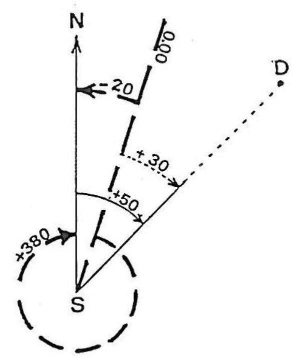
La correzione azimutale si ottiene, rispetto ad una determinata direzione nota, dalla sottrazione:

angolo letto in campagna meno azimut,

entrambi riferiti alla stessa direzione nota.

Può essere indifferentemente espressa anche da un angolo negativo (cioè sinistrorso), il quale, volendo, può sempre essere reso positivo aggiungendovi 400^g.





Corr. Az. = 140 − 80 = +60

C.A. = 30 − 50 = −20 (negat)
−20 + 400 = +380 (posit)

Per motivi di controllo e, se ne vale la pena, per conseguire una maggior precisione, se ne possono ottenere più valori con riferimento ad altrettante direzioni note e mediarne i risultati.

Di norma sono preferibili i risultati ottenuti con osservazioni a punti lontani,a parità di attendibilità di questi.

I diversi risultati però si equivalgono quando gli azimut delle direzioni utilizzate scaturiscono da un calcolo senza compensazione (o con compesazione conforme) che ha utilizzato le stesse direzioni. (Per es.: calcolando la correzione azimutale in una stazione di una poligonale con riferimento rispettivamente alle due direzioni del lato indietro e di quello avanti, si ottengono due risultati identici, se la poligonale non è stata compensata o se è stata compensata in modo conforme (vedi B.9.2.); invece i due risultati sarebbero diversi se la poligonale fosse stata compensata in modo non conforme.

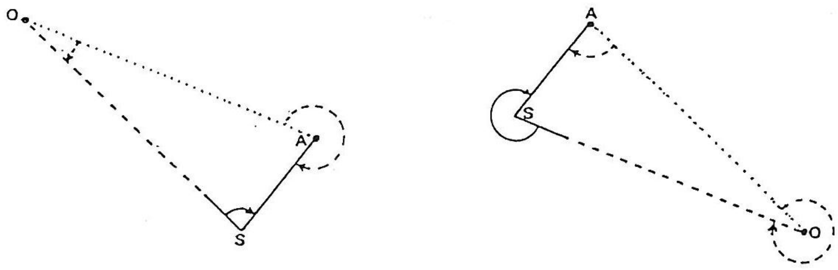
La correzione azimutale serve:

- <u>nel procedimento grafico:</u> a piazzare sulla mappa il goniometro parallelamente all'orientamento che aveva il cerchio dello strumento nella corrispondente stazione. E' sufficiente ruotare il goniometro fino a leggervi, rispetto alla direzione Nord del reticolato parametrico, un angolo corrispondente alla correzione azimutale (preferibilmente espressa con l'angolo positivo).
- <u>nel procedimento numerico:</u> a calcolare gli azimut di tutte le direzioni ai punti rilevati, al fine di determinarne le coordinate, sapendo che:

azimut = (direzione di campagna - correzione azimutale).

B.8. <u>L'APERTURA A TERRA</u> (PROPRIA E IMPROPRIA)

L'apertura (chiusura) a terra propriamente detta è un artificio mediante il quale dalla prima (ultima) stazione di una poligonale si rileva indirettamente l'angolo d'orientamento d'apertura (di chiusura) della poligonale stessa.



Punti	A = punto d'appoggio (vicino), noto;
	O = » d'orientamento (lontano), noto;
	S = stazione tacheometrica;
Elementi di rilievo	l_A = lettura azimutale in direzione di A;
	l_O = » » » » O;
	$\overline{SA}$ = distanza di A da S (ridotta all'orizzonte);
Elementi di calcolo	(AO) = azimut della direzione A-O;
	$\overline{AO}$ = distanza AO;
	$\widehat{S}$ = angolo $O\widehat{S}A = l_A - l_O$ (anche se l'angolo è negativo o appare incongruo);
	$\widehat{O}$ = angolo $A\widehat{O}S = SEN^{-1}((\overline{SA} \times SEN\ \widehat{S}) : \overline{AO})$;
	$\widehat{A}$ = angolo $O\widehat{A}S = 200 + \widehat{S} + \widehat{O}$ (ed eventualmente + 400 se si vuol renderlo positivo)

Il risultato conclusivo, l'angolo $\widehat{A}$, in qualsiasi circostanza corrisponde (salvo le imprecisioni implicite nel fuori centro) alla lettura azimutale che avremmo fatto in campagna, da un'ipotetica stazione in A, osservando S dopo aver osservato O con angolo 0 (zero).

Tali due lettura angolari (l_O = 0.00 e $l_A = \widehat{A}$) le andremo a introdurra nel calcolo della poligonale, calcolo che si concluderà con la determinazione delle coordinate compensate di tutte le stazioni, ivi compresa la prima (ultima), dalla quale abbiamo effettuato l'apertura (chiusura) a terra.

L'apertura a terra impropria invece si ha quando S è una stazione isolata, della quale si vogliono direttamente determinare le coordinate.

In questo caso, dopo aver proceduto come sopra, si ottiene:

$(AS) = (AO) + \hat{A}$

$X_S = X_A + \left(\overline{SA} \times \cos\ (AS)\right)$ $\qquad$ $Y_S = Y_A + \left(\overline{SA} \times \mathrm{sen}\ (AS)\right)$

Correz. azimutale in S = $l_A - (AS) + 200$

(Dato che l'angolo $\hat{A}$ è scaturito da un calcolo senza compensazione, è indifferente, ma più laborioso, calcolare la corr. azimutale rispatto a O, come potrebbe sembrare più esatto)

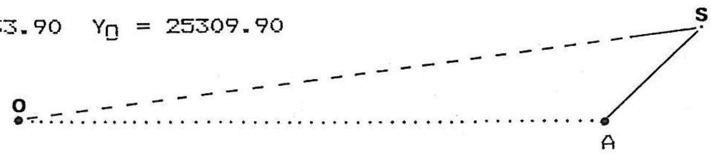
E S E M P I O

L'esempio è collegato col calcolo della poligonale che segue, ove A1 = A; S1 = S; O1 = O.

Elementi noti:

$X_A = -\ 43319.30$ $\quad Y_A = 30856.10$

$X_O = -\ 43233.90$ $\quad Y_O = 25309.90$



Elementi misurati:

$l_A = 159.951$ $\quad l_O = 197.741$

Distanza misurata $\overline{SA} = 253.15$

<u>Calcolo</u> <u>dell'apertura</u> <u>a</u> <u>terra.</u>

Dalle coordinate note di A e O, con le formule indicate in B.5.1., si calcola $\overline{AO} = 5546.86$.

Poi:

$\hat{S} = O\hat{S}A = l_A - l_O = 159.951 - 197.741 = -37.790$ g

$\hat{O} = A\hat{O}S = \mathrm{ASIN}\ (253.15 \times \mathrm{SEN}\ -37.790 : 5546.86) = 1.625$ g

$\hat{A} = O\hat{A}S = 200 + (-37.790) + (-1.625) = 160.585$ g

Tale angolo verrà utilizzato nel calcolo in B.9.1., dove gli elementi dell'apertura a terra sono stati introdotti sotto forma delle seguenti osservazioni angolari:

- da A1 in direzione di O1, 0.000 g;
- da A1 » » » S1, 160.585 g.

Calcolo delle coordinate di S come stazione isolata.

Se invece S fosse stata una stazione isolata verrebbero direttamente calcolate le sue coordinate segue.

Azimut cartografico calcolato (AO) = 300.980

Azimut (AS) = (AO) + A = 300.980 + 160.585 = 461.565 = 61.565

X_S = −43319.30 + (253.15 x cos 61.565) = −43175.58

Y_S = 30866.10 + (253.15 x sen 61.565) = 31064.50

Correzione azimutale:

ca = l_A − (SA) = 159.951 − (61.565 + 200) = − 101. 614

Volendo renderlo positivo:

−101.614 + 400 = 298.386 g.

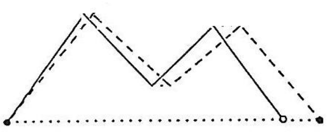
Confrontando questi risultati con quelli che scaturiscono dal calcolo della poligonale appresso esemplificata, si nota una differenza nelle coordinate della stazione (ivi chiamata S1) di 10 cm sulle X e di 41 cm sulle Y.
Ciò dipende dal fatto che nella poligonale le coordinate sono state tutte, giustamente, assoggettate alla compensazione.

B.9. CALCOLO DELLE POLIGONALI

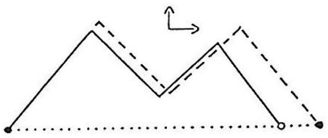
VARI CRITERI DI COMPENSAZIONE LINEARE

Qui vengono confrontate le differenze più salienti fra i criteri di compensazione più diffusi, che possono essere applicati indipendentemente dalla circostanza, spesso poco influente, che la poligonale sia compensata angolarmente o no.

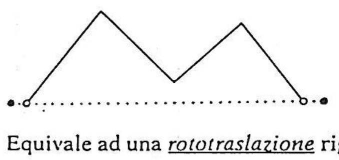
Per semplicità esplicativa, del segmento d'errore complessivo si è qui preso in considerazione solo la sua componente lungo la corda.



Compensazione catastale empirica classica. Ogni vertice viene traslato, di entità proporzionale allo sviluppo dei lati precedenti, nella stessa direzione e nello stesso senso dell'errore riscontrato, come nel metodo grafico. I lati e gli angoli della poligonale ne risultano deformati di entità promiscuamente positive e negative nell'ambito della stessa poligonale, quando questa ha andamento non regolare. Alla base di questo criterio c'è la presunzione che l'errore riscontrato in una certa direzione non sussista nelle altre direzioni.



Compensazione di tipo conforme. Si moltiplica la lunghezza dei lati per un coefficiente di compensazione che scaturisce dal rapporto: corda cartografica/corda indirettamente misurata. Consiste quindi in una semplice variazione di scala della poligonale i cui angoli rimangono inalterati. E un criterio di compensazione idoneo quando si presume che l'errore riscontrato in una direzione sussista anche nelle altre direzioni.



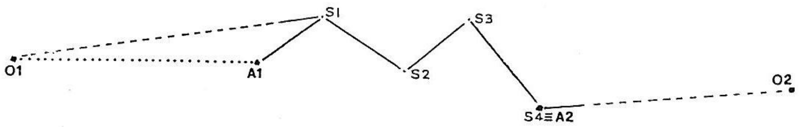
Quello a fianco illustrato, più che una forma di compensazione, è un criterio di "collocazione" in mappa della indeformata figura rilevata della poligonale. Equivale ad una *rototraslazione* rigida di tipo baricentrico o similare.

È un mezzo per certi aspetti meno idoneo dei precedenti per una congruente introduzione in mappa in quanto lascia concentrate le discordanze negli elementi di congiunzione fra poligonale e punti d'attacco.

Ha il pregio di non deformare la figura rilevata e offre la possibilità di prendere in considerazione l'eventuale diverso peso metrico dei due punti d'attacco.

B.9.1 POLIGONALE VINCOLATA, ORIENTATA IN APERTURA E CHIUSURA

L'esempio è collegato col precedente calcolo dell'apertura a terra. Si inizia calcolando gli azimut delle due direzioni d'orientamento (O1 A1) = 100.980 e (A2 O2) = 95.033, ricavandoli dalle coordinate cartesiane delle due rispettive coppie di punti noti.



PUNTI NOTI	X	Y
A1	-43 319.30	30 856.10
A2	-43 456.90	31 760.00
O1	-43 233.90	25 309.90
O2	-42 869.70	39 270.50

CALCOLO DEGLI AZIMUTI:

Azimut d'apertura (O1 A1) = 100.980
" di chiusura (A2 O2) = 95.033

ELEMENTI DEL RILIEVO			
STAZIONE	PUNTO COLLIM.	ANGOLO DI DIREZIONE	DISTANZA
S1	A1	159.951	253.15
	O1	197.741	— —
	S2	36.115	319.57
S2	S1	43.125	319.59
	S3	158.213	267.82
S3	S2	212.055	267.78
	S4	115.610	365.36
S4	S3	356.018	365.38
	O2	94.608	— —

POLIGONALE N° 1 — DIFFERENZE

tra i punti		X		Y	
............A1......	X	-43319.30	Y	30856.10	
............A2......	X	-43456.90	Y	31760.00	
(de = dev'essere)	ΣΔx de	-137.60	ΣΔy de	903.90	

VERTICE N°	ANGOLO	AZIMUT θ	LATO l	± Δx l cos θ	X	± Δy l sen θ	Y
O1		100.980					
	0.000						
A1					-43319.30		30856.10
	160.585	+0.014 61.565	253.15	-0.05 143.67		+0.38 208.43	
	159.951						
S1					-43175.68		31064.91
	36.115	+0.028 137.729	319.58	-0.06 -178.62		+0.48 265.00	
	43.125						
S2					-43354.36		31330.39
	158.213	+0.043 52.817	267.80	-0.05 180.67		+0.40 197.68	
	212.055						
S3					-43173.74		31528.47
	115.610	+0.057 156.372	365.37	-0.07 -283.09		+0.54 230.99	
	356.018						
S4≡A2					-43456.90		31760.00
	94.608	95.033	1205.90 ΣΔx de	-137.60	ΣΔy de	903.90	
		94.962	ΣΔx	-137.37	ΣΔy	902.10	
O2		εα = +0.071		εx = -0.23		εy = +1.80	εxy = 1.81

ESPLICAZIONE DEL PROCEDIMENTO DI CALCOLO

Differenze: $\Sigma\Delta xde = X_{A_2} - X_{A_1}$; $\Sigma\Delta yde = Y_{A_2} - Y_{A_1}$ (sono le proiezioni della corda A1 A2 sugli assi cartesiani.

N. vertice - Si elencano i punti d'inquadramento e di stazione, procedendo in un unico senso, dal primo punto d'orientamento all'ultimo punto d'orientamento.

Angolo - Vicino a ciascuna stazione (sopra e sotto) si scrivono i due angoli letti in campagna, osservando rispettivamente il vertice precedente e quello seguente.

Notare l'apertura a terra, che si esprime indicando nella ipotetica stazione A1, i dati calcolati in 2.5.4.1.

Azimut - Si scrivono gli azimut delle due direzioni d'orientamento, d'apertura e di chiusura (in grassetto). (Notare (01 A1) = 100.980 e non (A1 01) = 300.980, che sarebbe un azimut contrario al senso unico prestabilito nell'elencare i vertici). Si calcolano poi gli azimut provvisori (trasportati) dei lati della poligonale con la seguente formula:

$$\theta a = \theta i - (li \mp 200) + la$$

dove:
θa è l'azimut del lato avanti;
θi » » » » indietro;
li è la lettura azimutale al vertice indietro;
la » » » » » » avanti;
$\mp$ 200 significa che si tolgono 200 g da li, se questo è maggiore di 200 g, altrimenti si aggiungono.

Dall'esempio: (A1 S1) = 100.98 — (0.00+200) + 160.585 = 61.565 e proseguendo in modo concatenato, (S1 S2) = 61.565 — 359.951 + +36.115 = —262.271 ecc. Gli azimut negativi non debbono preoccupare, purché poi non se ne ignori il segno. Volendo renderli positivi vi si aggiungono 400 g. (—262.271+400 = 137.729).

Sottraendo, dall'azimut precalcolato della direzione d'orientamento di chiusura (de), l'azimut trasportato, si ottiene l'errore di chiusura angolare (nell'esempio + 0.071).

La *compensazione angolare*, se ritenuta opportuna, si effettua aggiungendo algebricamente al primo azimut provvisorio l'entità $\delta\alpha$:n, al secondo 2 $\delta\alpha$:n e così via (dove n è il numero dei vertici compresi i due d'attacco, ovvero il numero degli azimut trasportati da compensare).

$\pm\Delta x$; $\pm\Delta y$ - Si trascrivono nelle rispettive colonne sopra la riga di chiusura il $\Sigma\Delta xde$ e il $\Sigma\Delta yde$ (nell'esempio -137.60 e 903.90, in grassetto).
Calcolati i parziali non compensati: $\Delta x = l \cos\Theta$; $\Delta y = l \operatorname{sen}\Theta$ si sommano algebricamente in $\Sigma\Delta x = -137.37$ e $\Sigma\Delta y = 902.10$.

Indi: $(\Sigma\Delta xde) - (\Sigma\Delta x) = \delta x$; $(\Sigma\Delta yde) - (\Sigma\Delta y) = \delta y$.
δx e δy rappresentano gli errori di chiusura lineare della poligonale, rispettivamente sull'asse delle X e delle Y.
δxy è l'errore complessivo da confrontare con la tolleranza.

La compensazione lineare in X si esegue calcolando per ciascun lato l l'entità (δx:L)l, dove L= Σl è lo sviluppo della p. Nell'esempio: —0.05 = (—0.23:1205.90) x 253.15. Analogamente per i Δy.

X; Y - Dopo aver trascritto (in grassetto) le coordinate X e Y dei due punti d'attacco, si calcolano le coordinate definitive delle stazioni: l'ordinata definitiva X di un vertice è uguale a quella del vertice precedente sommata algebricamente al relativo Δx parziale e alla relativa entità della compensazione.

Altrettanto per le Y.

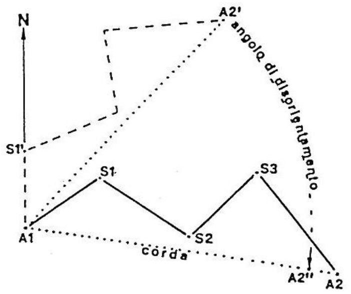
La compensazione lineare adottata è quella empirica catastale classica (non conforme).

Nulla vieta che si possa applicare una compensazione di tipo conforme, del tutto simile a quella adottata nel calcolo della poligonale non orientata appresso esemplificata.

È sufficiente aggiungere a tutti gli azimut il disorientamento D della corda calcolata rispetto a quella cartografica e moltiplicare ciascun lato per il coefficiente C.

B.9.2. POLIGONALE VINCOLATA NON ORIENTATA

Il calcolo di questo tipo di poligonali si esegue attribuendo al primo lato un orientamento fittizio, che nella fattispecie è stato fatto coincidere col Nord cartografico.



$\overline{A1\ A2}$ = corda cartografica;
(A1 A2) = suo azimut;
(A1 S1') = orientamento fittizio (a Nord) del primo lato;
(A1 A2') = azimut fittizio della corda;

$\overline{A1\ A2'}$ = corda calcolata = distanza misurata indirettamente fra A1 e A2;
(A1 A2) — (A1 A2') = D = disorientamento della pol. fittizia;

$\overline{A1\ A2} - \overline{A1\ A2'} = \overline{A2\ A2''}$ = errore di chiusura lineare;

$\overline{A1\ A2} : \overline{A1\ A2'}$ = C = coèfficiente di compensazione conforme della poligonale.

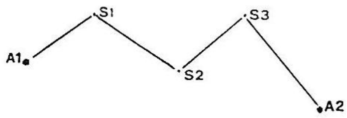
Azimut definitivi dei lati = azimut fittizi + D.

Lunghezza compensata dei lati = lunghezza misurata × C.

Sulla base di questi ultimi due elementi si calcola definitivamente la poligonale.

ESEMPIO

L'esempio si riferisce alla stessa poligonale precedente, alla quale sono stati tolti gli orientamenti.



PUNTI NOTI	X	Y
A1	-43 319.30	30 856.10
A2	-43 456.90	31 760.00

ELEMENTI DEL RILIEVO			
STAZIONE	PUNTO COLLIM.	ANGOLO DI DIREZIONE	DISTANZA
S1	A1	159.951	253.15
	S2	36.115	319.57
S2	S1	43.125	319.59
	S3	158.213	267.82
S3	S2	212.055	267.78
	S4	115.610	365.37

POLIGONALE N° 2

tra i punti			DIFFERENZE		
............A1......	X	-43319.30	Y	30856.10
............A2......	X	-43456.90	Y	31760.00
(de = dev'essere)	ΣΔx de	-137.60	ΣΔy de	903.90

VERTICE N°	ANGOLO	AZIMUT θ	LATO l	±Δx l cos θ	X	±Δy l sen θ	Y
			C = 1.00187				
A1					-43319.30		30856.10
		61.599 (0.000)	253.15	143.88 (253.15)		208.87 (0.00)	
S1	159.951 36.115				-43175.47		31064.97
		137.763 (76.164)	319.58	-178.98 (116.88)		265.48 (297.44)	
S2	43.125 158.213				-43354.40		31330.45
		52.851 (391.252)	267.80	181.03 (265.28)		198.02 (-36.68)	
S3	212.055 115.610				-43173.37		31528.47
		156.406 (94.807)	365.37	-283.53 (29.77)		231.53 (364.15)	
A2					-43456.90		31760.00
			1205.90				
			ΣΔx de	-137.60	ΣΔy de	903.90	
			ΣΔx	(665.08)	ΣΔy	(624.91)	

Corda cartografica: azimut (A1 A2) = 109.617; distanza A1 A2 = 914.31
» fittizia : » 48.018; » = 912.60

Disorientamento 61.599 Err. chiu. lin. = 1.71

Coefficiente di compensazione conforme: 914.31 : 912.60 = 1.00187

Analoga l'impostazione dello stampato. Fra parentesi, sotto la riga di competenza, sono indicati gli elementi fittizi di primo calcolo.

1) Sulla base dell'azimut fittizio (zero) del primo lato e delle direzioni angolari lette in campagna, si calcolano, come nell'esempio precedente, gli azimut fittizi degli altri lati (76.164 ecc.)

2) Utilizzando i detti azimut fittizi e i lati misurati, si calcolano i Δx (253.15 ecc.), i Δy (0.00,297.44 ecc.) e, successivamente, $\Sigma\Delta x = 665.08$ e $\Sigma\Delta y = 624.91$.

3) Si calcolano gli elementi della poligonale fittizia:

— azimut della corda: (A1 A2') = $\text{ARCTAN}\ \dfrac{624.91}{665.08} = 48.018^g$

— lunghezza della corda misurata indirettamente:

$$\overline{\text{A1 A2'}} = \frac{665.08}{\text{COS } 48.018} = \frac{624.91}{\text{SEN } 48.018} = 912.60 \text{ m}$$

4) Dalle coordinate di A1 e A2 si ottengono i seguenti elementi cartografici: (A1 A2) de = 109.617^g; $\overline{\text{A1 A2}}$de = 914.31

5) Disorientamento della poligonale fittizia:
$109.617 - 48.018 = 61.599^g$

6) Errore di chiusura lineare = corda cartografica meno corda misurata = 914.31 — 912.60 = 1.71 m

7) Coefficiente di compensazione conforme:
914.31 : 912.60 = 1.00187

8) Calcolo degli azimut cartografici dei lati:
(A1 S1) = 0.00 + (61.599) = 61.599 e così per gli altri azimut;

9) $\pm\Delta x$ (fra A1 e S1) = 253.15 x 1.00187 x COS 61.599 = 143.88

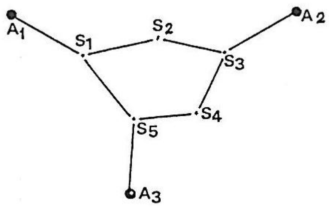
Analogamente si procede per tutti gli altri Δx e Δy e come nell'esempio precedente per le coordinate definitive dei vertici.

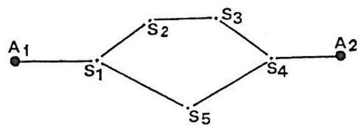
Nella fattispecie è stata applicata una compensazione di tipo *conforme* ma nulla impedisce che anche questo tipo di poligonale possa essere compensato in modo non conforme. (Dopo aver ottenuto, come qui illustrato, gli azimut definitivi dei lati, si calcolano i Δx e i Δy parziali sulla base dei lati non compensati e si ripartiscono poi gli errori δx e δy nello stesso modo applicato per la poligonale orientata).

Il calcolo della distanza misurata indirettamente fra i due punti di attacco, 912.60 m, è corretto, perché basato su elementi non ancora compensati.

B.9.3. POLIGONALI CHIUSE

Nella pratica professionale catastale raramente si adotta una poligonale chiusa che non sia inserita in una o più poligonali aperte. I casi più frequenti sono analoghi a quelli appresso illustrati.





In questi casi si inizia col calcolo della sola p. chiusa (S1-S2-S3-S4-S5-S1), considerandola come un' entità autonoma da verificare e compensare intrinsecamente, con procedimento non dissimile da quello indicato in B.9.1. per le p. aperte orientate in apertura e chiusura.

A tal fine è opportuno adottare un sistema locale fittizio (per es., avente l'origine in un vertice (S1) e l'asse delle ordinate (X) orientato in direzione di un altro vertice (S2).

L'errore di chiusura angolare $\varepsilon\alpha$ sarà dato dalla differenza: 0.00 (oppure 400) meno azimut "trasportato" del lato convenzionalmente preso come direzione fittizia dell' asse delle ordinate (S1 S2 nell'esempio).

Gli errori di chiusura lineare sono dati da:

$$\varepsilon x = 0.00 - \Sigma\Delta x \ ; \qquad \varepsilon y = 0.00 - \Sigma\Delta y.$$

Gli elementi compensati, lati ed angoli, della p. chiusa vengono poi inclusi nel calcolo delle p. aperte.

Il procedimento suggerito, ancorché di tipo empirico, non è semplice per chi non possegga un idoneo programma di calcolo automatico, anche perchè nella letteratura specifica, almeno in quella consultata dall' autore di queste note, il caso non è previsto o è sommariamente trattato.

Il calcolo automatico offrirebbe anche il vantaggio di poter svolgere procedimenti rigorosi.

Un'altra soluzione, dopo aver solo verificato intrinsecamente la poligonale chiusa, potrebbe essere quella di calcolare le diverse poligonali aperte e di adottare la media dei diversi valori delle coordinate dei vertici nodali.

Nella fattispecie, seguendo il secondo degli esempi sopra riportati, dalle p. aperte A1-S1-S2-S3-S4-A2 e A1-S1-S5-S4-A2 si ottiene una doppia determinazione dei vertici S1 e S4. Dopo aver adottato la loro media, si calcolano le p. secondarie S1-S2-S3-S4 e S1-S5-S4 e quindi le coordinate dei vertici non nodali.

L'argomento sarà eventualmente oggetto di approfondimento nel corso della trattazione verbale.

B.10. APERTURA A TERRA IMPROPRIA CON PLURALITA' DI APPOGGI

Come si è detto in B.8., possiamo definire "apertura a terra impropria" il rilievo realizzato con una sola stazione tacheometrica, utilizzando uno o più punti d'appoggio e uno o più punti d'orientamento.

E' buona norma avere numerosi punti d'appoggio vicini e circostanti; meno importante è avere una pluralità di punti d'orientamento, soprattutto quando l'orientamento sia riferito ad un punto affidabile e lontano.

Attraverso i calcoli si otterranno diverse coppie di coordinate della stazione (precisamente un numero di coppie uguale al numero dei punti d' appoggio moltiplicato per il numero dei punti d' orientamento). Si adotteranno, come coordinate della stazione, quelle che scaturiranno dalla media delle diverse determinazioni. A volte potrebbe essere necessario ripetere il calcolo della media (in seconda approssimazione), ignorando quelle determinazioni che avessero accusato eccessivo scarto dalla media stessa.

Si ritiene adottabile, di norma, la media aritmetica semplice.

Sarebbe più corretta la media ponderale, attribuendo a ciascuna determinazione un peso che sia direttamente proporzionale alla attendibilità del punto d'appoggio considerato e che sia inversamente proporzionale alla radice quadrata della distanza fra il punto d' appoggio stesso e la zona centrale dei punti di dettaglio rilevati.

$$P = \frac{p}{\sqrt{D + F}}$$

P = peso della determinazione;
p = peso del punto d'appoggio;
D = distanza del punto d'appoggio dalla zona centrale dei punti da rilevare;
F = entità fissa, per es. 30 m.

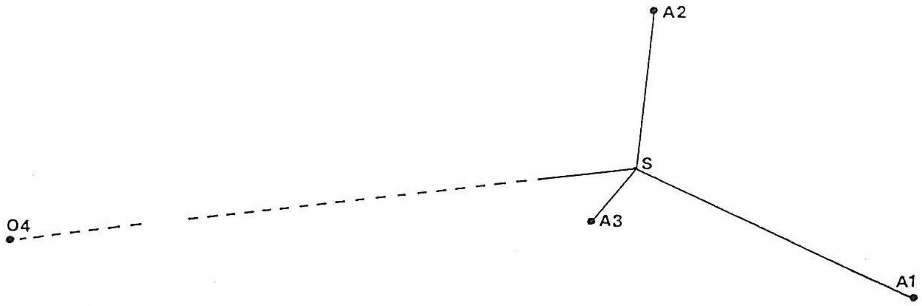
E S E M P I O

Nell'esempio illustrato il rilievo è stato eseguito dalla stazione S utilizzando tre punti d'appoggio (A1, A2, A3) e un punto d'orientamento (O4).

Si è adottata la media aritmetica semplice delle coordinate scaturite dalle tre determinazioni, sono stati messi in evidenza gli scarti delle diverse determinazioni rispetto alla media. Tutti gli scarti sono contenuti entro limiti tollerabili.

La colonna "peso" sarebbe stata utilizzata se fosse stata adottata la media ponderale.

La colonna "note" è stata utilizzata per indicare le correzioni azimutali (c.a.) che scaturiscono da ogni determinazione.



ELEMENTI DEL RILIEVO				COORDINATE NOTE	
Staz.	Punto collim.	Angolo di direzione	Distanza	X	Y
S					
	A1	51.555	275.11	66 009.60	-20 227.70
	A2	335.446	133.30	66 268.80	-20 438.50
	A3	165.564	63.42	66 092.20	-20 512.00
	04	220.885	---	66 193.77	-24 339.66

CALCOLO DELLE MEDIE DEI PUNTI IPERDETERMINATI							
PUNTO	DETERMINAZIONE DA	PESO	X (N)	Y (E)	SCARTO X−M	SCARTO Y−M	NOTE
S	A1 04		66 140.41	-20 469.71	+0.46	+0.50	c.a. = 320.007
	A2 04		39.40	70.54	-0.55	-0.33	›› 319.990
	A3 04		40.05	70.38	+0.10	-0.17	›› 320.001
	MEDIA M		66 139.95	-20 470.21			media = 319.999

Sarebbe meno opportuno, per certi aspetti, calcolare tante poligonali di un sol vertice (orientate con apertura-chiusura a terra) quante sono le coppie di punti d'appoggio che possono essere adottati come estremi di poligonali passanti tutte per la stazione.
Nella fattispecie le poligonali sarebbero le seguenti:

A1-S-A2; A1-S-A3; A2-S-A3:

Quanto sopra sempre nell'ottica di calcoli empirici.

Nella fattispecie è applicabile, come sempre, il metodo della rototraslazione, che però non tiene conto dell'orientamento, se non per evidenziare, nei programmi più completi, la discordanza fra l'orientamento esterno (riferito al punto d'orientamento) e quello interno (riferito ai soli punti d'appoggio).

B.11. LA ROTOTRASLAZIONE

La rototraslazione è un'operazione mediante la quale una figura geometrica, riferita ad un determinato sistema di assi cartesiani, può essere inserita in un altro sistema: per esempio, da un sistema locale ad un sistema generale, oppure da un sistema di rappresentazione cartografica ad un altro.

Può essere adottata in diverse circostanze, con diverse finalità e quindi con criteri diversi.

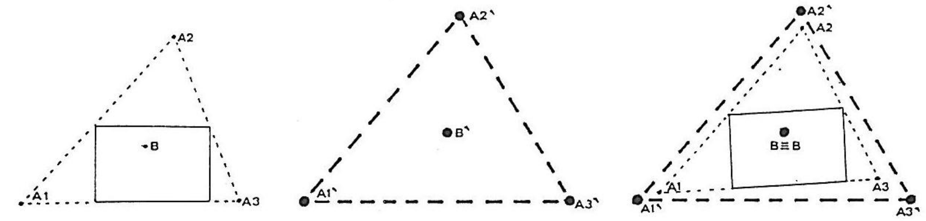
Una delle soluzioni più elementari e frequenti, con finalità la restituzione grafica di un rilievo, è quella adottata dal topografo che tenta di sovrapporre alla mappa una figura rilevata sul terreno, dopo averla disegnata (utilizzando esclusivamente le misure del rilievo) su un foglio di carta traslucida.

Uno dei modi di procedere (nella fattispecie il più idoneo ma eccessivo nella soluzione grafica e qui indicato a puro titolo didattico) consisterebbe nel segnare, sulla mappa, il baricentro dei punti d'appoggio e, sul foglio di carta traslucida, il baricentro dei corrispondenti punti rilevati.

Dopo aver fatto coincidere, con una <u>**traslazione**</u>, i due baricentri, si opera, con centro nei medesimi, una <u>**rotazione**</u> del foglio di carta traslucida fino a conseguire un'equa distribuzione, in corrispondenza dei diversi punti d'appoggio, delle inevitabili differenze fra le due figure, quella rilevata e quella rappresentata in mappa.

Tali differenze, costituite nell'esplicazione grafica che segue dai segmenti A1-A1', A2-A2' e A3-A3', sono dette <u>**scarti residui**</u> (o residui di compensazione), in quanto inevitabilmente rimangono anche dopo aver raggiunto il modo ottimale di collocazione.

Figura rilevata — Sua rappresentazione in mappa — Suo inserimento per.r/trasl.



A1 A2 A3 = punti d'appoggio;
A1'A2'A3'= loro rappresentazione
B = baricentro di A1, A2, A3;
B'= baricentro di A1',A2',A3'

In modo analogo o non molto dissimile (esistono diversi procedimenti) operano i programmi di informatica più o meno rigorosi e versatili.

In questi casi viene applicata la teoria dei minimi quadrati (cioè si fa in modo da ridurre al minimo la somma dei quadrati degli scarti residui) e si distingue una versione rigida, cioè senza variazione di scala, da una versione con variazione di scala, normalmente di tipo conforme.

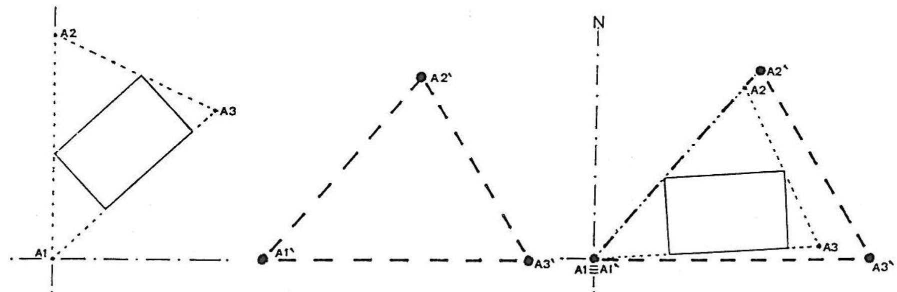
La variazione di scala ingrandisce o impicciolisce la figura rilevata per adeguarla alle dimensioni di quella rappresentata, col risultato di ridurre ulteriormente gli scarti residui (nella figura di cui sopra sarebbe fattibile un ingrandimento).

A seconda delle finalità e delle circostanze si può optare per la versione più idonea.

In certi casi, per finalità che non sono la restituzione cartografica, si adotta una forma semplificata di rototraslazione rigida: dopo che la figura rilevata è stata calcolata in un sistema locale fittizio, si attribuiscono ad un punto d'appoggio del rilievo le sue coordinate catastali (traslazione) e si fa coincidere (con una rotazione) una direzione rilevata con la corrispondente direzione catastalmente nota.

Tutti gli altri punti oggetto del rilievo vengono rototraslati sulla base degli stessi <u>parametri</u>[1]. Non ci si preoccupa nè di baricentri nè di scarti residui. Questi ultimi rimangono accumulati in alcune zone (vedi figura che segue, ove ad A1' sono state attribuite le coordinate catastali di A1, adottato come origine del sistema locale, ed è stata fatta coincidere la direzione A1' A2' con la direzione nota A1 A2).

Figura rilevata calcolata in un sistema locale	Sua rappresentazione catastale	Sua provvisoria collocazione per r/trasl. rigida



E' il metodo provvisoriamente adottato dal Catasto, secondo le nuove procedure, per archiviare inalterata la figura rilevata, attribuendole coordinate che, eccezion fatta per il punto origine, hanno valori assai prossimi a quelli catastali ma sono in realtà definite in un sistema locale.

Il definitivo calcolo delle coordinate dei punti rilevati nel sistema di rappresentazione catastale verrà automaticamente effettuato a Catasto numerico impiantato e ad avvenuta ricomposizione geotopocartografica della zona interessata.

---

1) I parametri della rototraslazione rigida sono:

x = entità della traslaz. in direz. X;
y = » » » » Y;
α = ang. di rotaz. del sistema provvisorio per renderlo parallelo a quello definitivo.

Nella rot/tr. con variazione di scala conforme si aggiunge il parametro K = rapporto di variazione della scala di rappresentazione.

Le conoscenze matamatiche del geometra consentono di risolvere correttamente solo casi aventi due soli punti d'appoggio (comuni ai due sistemi, quello locale e quello cartografico generale) oppure casi che non contemplano problemi di collocazione cartografica ottimale basata sul principio dei minimi quadrati, come, per esempio, nella soluzione provvisoria dal Catasto e poco sopra illustrata.

Quando si vogliono utilizzare più di due punti d'appoggio, ci viene in aiuto il mezzo informatico con idonei programmi.

B.11.1. POSIZIONE DEL BARICENTRO DI UNA SERIE DI PUNTI

Il procedimento per calcolare le coordinate del baricentro di una serie di punti, anche numerosi e anche di diverso peso metrico, è assai semplice: si tratta di adottare la media, eventuamente ponderale, delle loro coordinate.

Per esempio, calcolare le coordinate del baricentro B dei seguenti tre punti rilevati e definiti dalle loro coordinate cartesiane locali. Essi corrispondono ad altrettanti punti d'appoggio aventi diverso peso metrico.

A1	X = 220.45	Y = − 111.63	Peso = 2
A2	X = 52.74	Y = 200.93	Peso = 1
A3	X = 0.00	Y = 0.00	Peso = 3

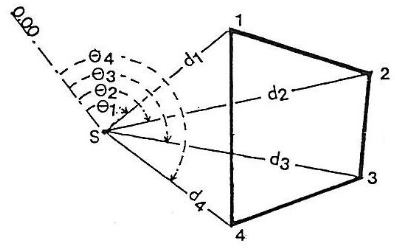
$$XB = \frac{(220.45 \times 2) + (52.74 \times 1) + (0.00 \times 3)}{1 + 2 + 3} = 82.27$$

$$YB = \frac{(-111.63 \times 2) + (200.93 \times 1) + (0.00 \times 3)}{1 + 2 + 3} = -3.72$$

B.12. CALCOLO DELLE AREE DEI POLIGONI

Se il rilievo è stato eseguito col metodo degli allineamenti e squadri, già in campagna il poligono sarà stato scomposto in triangoli rettangoli o in triangoli qualunque, dei quali si calcola l'area con le formule indicate in B.4.2.

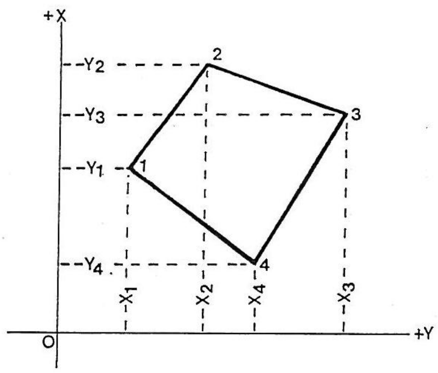
Se il rilievo è stato eseguito col metodo celerimetrico da una sola stazione, indifferentemente interna o esterna al poligono, è preferibile utilizzare direttamente le misure di campagna e la formula che segue.



$$S = \frac{1}{2}\sum_{1}^{n} d_i \; d_{i+1} \; sen(\theta_{i+1} - \theta_i) \quad {}^{1)}$$

d = distanze ridotte all'orizzonte;
θ =angoli di campagna con orientamento casuale.

Se il rilievo fosse stato eseguito da più di una stazione, si potranno calcolare le coordinate ortogonali piane, dei vertici del poligono, riferite ad un sistema locale.[2)]



Indi si applica la seguente formula di Gauss.

$$S = \frac{1}{2}\sum_{1}^{n} X_i (Y_{i+1} - Y_{i-1}) \quad {}^{1)}$$

X = ordinata; Y = ascissa.

Regola mnemonica: l'area di un poligono è uguale alla semisomma dei prodotti ottenuti moltiplicando l'ordinata di un vertice per la differenza fra l'ascissa del vertice seguente e quella del vertice precedente.

---

1) Il simbolo $\sum_{1}^{n}$ esprime la sommatoria di tutti i termini che si ottengono sostituendo all'indice "i", successivamente ed ordinatamente, i numeri da 1 a n.
n = numero, qualunque, dei vertici.
Quando i = n, i+1 = 1.
Quando i = 1, i−1 = n.

Con entrambe le formule, se i vertici vengono presi in considerazione in senso sinistrorso, l'area avrà segno algebrico negativo.

2) Se le coordinate vengono invece riferite ad un sistema di rappresentazione cartografica, la conseguente compensazione, specie se di tipo "deformante", introdurrebbe elementi d'errore nel calcolo dell'area.

B.13 POSIZIONE DI PUNTI RISPETTO AD UN SEGMENTO

Capita spesso nelle riconfinazioni di rilevare e di determinare le coordinate di punti reali del terreno (1, 2, 3, ecc.) e di dover poi verificare qual'è la posizione, rispetto ai detti punti rilevati, dei vertici virtuali (A, B, C, ecc.) del confine di diritto, di cui sono note le coordinate.

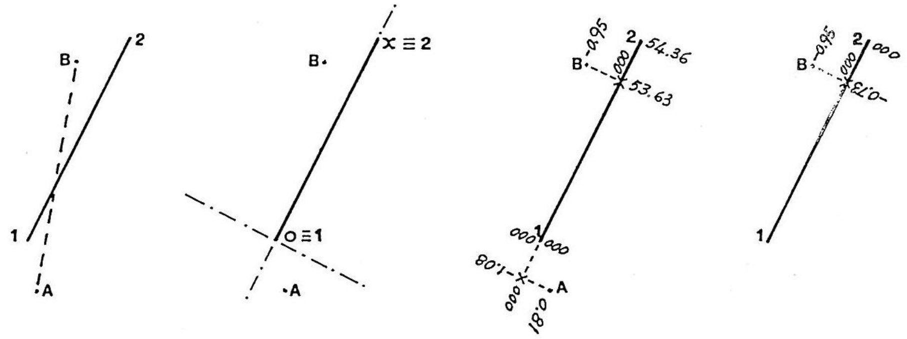
Per esempio, sono state determinate le coordinate dei punti 1 e 2 materializzati sul terreno:

X1 = 25017.51; Y1 = −11763.56; X2 = 25065.10; Y2 = −11737.28

Il corrispondente confine di diritto, individuato cartograficamente con gli estremi A e B, ha le seguenti coordinate:

XA = 25016.17; YA = −11763.37; XB = 25064.92; YB = −11738.64

Una delle soluzioni più pratiche consiste nell'istituire un sistema fittizio di assi carcartesiani avente origine "o" in uno dei punti rilevati (per es. 1) e l'asse delle ordinate orientato verso un secondo punto rilevato (per es. 2, che rinomineremo "x").



Con le formule indicate in B.5.1. e chiamando con "i" un qualsiasi generico punto, si determinano le coordinate polari, "θ o-i" e distanza "$\overline{o-i}$", di tutti i punti rispetto al punto origine, preso come polo, e alla direzione o-x, presa come asse polare:

θ 1-2 = θ o-x = 32.123; $\overline{1-2}$ = $\overline{o-x}$ = 54.36;
θ 1-A = 190.873; $\overline{1-A}$ = 1.35;
θ 1-B = 30.996; $\overline{1-B}$ = 53.64.

Le coordinate ortogonali di qualsiasi punto rispetto al sistema fittizio sono date da: X'i = $\overline{o-i}$ COS (θ o-i − θ o-x)
Y'i = $\overline{o-i}$ SEN (θ o-i − θ o-x)

X'A = $\overline{1-A}$ COS (θ 1-A − θ 1-2) = 1.35 COS (190.873 − 32.123) = −1.08
Y'A = $\overline{1-A}$ SEN (θ 1-A − θ 1-2) = 1.35 SEN (190.873 − 32.123) = 0.81
X'B = $\overline{1-B}$ COS (θ 1-B − θ 1-2) = 53.64 COS (30.996 − 32.123) = 53.63
Y'B = $\overline{1-B}$ SEN (θ 1-B − θ 1-2) = 53.64 SEN (30.996 − 32.123) = −0.95

Tali coordinate altro non sono che le distanze e gli squadri, rispettivamente misurati lungo l'allineamento o-x ≡ (1−2) e condotti dall' allineamento stesso, per tracciare il confine di diritto con riferimento ai punti reali rilevati.

Ordinate (X) negative indicano distanze da misurare in senso opposto rispetto al senso o-x. Ascisse (Y) negative indicano squadri a sinistra dell'allineamento o-x.

Per comodità di tracciamento, le ordinate di qualche punto possono venir riferite al punto x anzichè ad o e cioè: X"i = X'i − $\overline{o-x}$
Nell'esempio: X"B = X'B − $\overline{o-x}$ = 53.63 − 54.36 = − 0.73 (fig. 4).

Ove i punti rilevati fossero più di due, potrebbero venir combinati due a due per costituire altrettanti sistemi di riferimento.